**παραδειγμα**

α)

| ΘΕΣΗ | $X_I$ |
|---|---|
| 1 | 16 |
| 2 | 18 |
| 3 | 19 |
| 4 | 20 |
| 5 | 22 |
| 6 | 22 |
| 7 | 24 |
| 8 | 25 |
| 9 | 25 |
| 10 | 28 |
| 11 | 29 |
| 12 | 31 |
| 13 | 31 |
| 14 | 31 |
| 15 | 32 |
| 16 | 34 |
| 17 | 35 |
| 18 | 35 |
| 19 | 37 |
| 20 | 40 |
| | |

Να βρεθουν Αριθμητικός μέσος

Διάμεσος

Επικρατούσα τιμή

Εύρος

$1^{ο}$ τεταρτημόριο

$3^{ο}$ τεταρτημόριο

$3^{ο}$ τεταρτημόριο

Ενδοτεταρτημοριακό εύρος

Διακύμανση

Συντελεστής ασυμμετρίας

Συντελεστής κύρτωσης

## λυση

| ΘΕΣΗ | $X_I$ | $X_I$-average | $(X_I\text{-average})^2$ | $(X_I\text{-average})^3$ | $(X_I\text{-average})^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 16 | -11,7 | 136,89 | -1601,613 | 18738,8721 |
| 2 | 18 | -9,7 | 94,09 | -912,673 | 8852,9281 |
| 3 | 19 | -8,7 | 75,69 | -658,503 | 5728,9761 |
| 4 | 20 | -7,7 | 59,29 | -456,533 | 3515,3041 |
| 5 | 22 | -5,7 | 32,49 | -185,193 | 1055,6001 |
| 6 | 22 | -5,7 | 32,49 | -185,193 | 1055,6001 |
| 7 | 24 | -3,7 | 13,69 | -50,653 | 187,4161 |
| 8 | 25 | -2,7 | 7,29 | -19,683 | 53,1441 |
| 9 | 25 | -2,7 | 7,29 | -19,683 | 53,1441 |
| 10 | 28 | 0,3 | 0,09 | 0,027 | 0,0081 |
| 11 | 29 | 1,3 | 1,69 | 2,197 | 2,8561 |
| 12 | 31 | 3,3 | 10,89 | 35,937 | 118,5921 |
| 13 | 31 | 3,3 | 10,89 | 35,937 | 118,5921 |
| 14 | 31 | 3,3 | 10,89 | 35,937 | 118,5921 |
| 15 | 32 | 4,3 | 18,49 | 79,507 | 341,8801 |
| 16 | 34 | 6,3 | 39,69 | 250,047 | 1575,2961 |
| 17 | 35 | 7,3 | 53,29 | 389,017 | 2839,8241 |
| 18 | 35 | 7,3 | 53,29 | 389,017 | 2839,8241 |
| 19 | 37 | 9,3 | 86,49 | 804,357 | 7480,5201 |
| 20 | 40 | 12,3 | 151,29 | 1860,867 | 22888,6641 |
| ΣΥΝΟΛΑ | **554** | **0,00** | **896,2** | **-206,88** | **77565,634** |

## Αριθμητικός μέσος

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{554}{20} = 27,7$$

## Διάμεσος

$$M = \frac{28+29}{2} = 28,5$$

## Επικρατούσα τιμή

$$T_0 = 31$$

**<u>Εύρος</u>**

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 40 - 16 = 24$$

**<u>1ο τεταρτημόριο</u>**

Θέση όρου $\dfrac{n+1}{4} = \dfrac{21}{4} = 5,25$

$$Q_1 = X_5 + 0,25\left(X_0 - X_5\right) = 22 + 0,25(22 - 22) = 22$$

**<u>3ο τεταρτημόριο</u>**

Θέση όρου $\dfrac{3(n+1)}{4} = \dfrac{63}{4} = 15,75$

$$Q_3 = X_{15} + 0,75\left(X_{16} - X_{15}\right) = 32 + 0,75\left(34 - 32\right) = 33,5$$*******

**<u>Ενδοτεταρτημοριακό εύρος</u>**

$$\mathbb{R} = Q_3 - Q_1 = 33,5 - 22 = 11,5$$

**<u>Διακύμανση</u>**

$$S^2 = \frac{\Sigma\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1} = \frac{896,2}{19} = 47,168 \Rightarrow S = \sqrt{47,168} = 6,868$$

**<u>Συντελεστής ασυμμετρίας</u>**

$$\beta_3 = \frac{\dfrac{\Sigma\left(X_i - \overline{X}\right)^3}{n}}{S^3} = \frac{\dfrac{-206,88}{20}}{6,868^3} = \frac{-10,344}{323,949} \simeq 0,032$$********

Η κατανομή παρουσιάζει ελαφριά αρνητική ασυμμετρία.

**<u>Συντελεστής κύρτωσης</u>**

$$\beta_a = \frac{\dfrac{\Sigma\left(X_i - \overline{X}\right)^4}{n}}{S^4} = \frac{\dfrac{77565,634}{20}}{47,1684} = 1,74$$

Η κατανομή είναι πλατύκυρτη επειδή $1,74 < 3$

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
ΜΕ ΤΟ EXCEL

| | |
|---|---|
| average | 27,700 |
| 1 quartile | 22,000 |
| 3 quartile | 32,500 |
| skewness | -0,037 |
| kurt | -1,021 |
| variance | 47,168 |

**Παραδειγμα πιθανοτητες**

Ορίζω τα ενδεχόμενα:

Γ:΄΄γυναίκα΄΄

Α:΄΄άνδρας΄΄

Ε:΄΄ ο εργαζόμενος να κατοικεί στην ευρύτερη περιοχή της πόλης ΄΄

Χ: ΄΄ ο εργαζόμενος να κατοικεί στην πόλη΄΄

| Φύλο | Πόλη xx | Ευρύτερη περιοχή |
|---|---|---|
| Άνδρας | 107 | 134 |
| Γυναίκα | 148 | 11 |

i) $\mathrm{P}(\Gamma)=\frac{\mathrm{N}(\Gamma)}{N(\Omega)}=\frac{148+11}{400}=\frac{159}{400},$ Σύνολο N (Ω)=400

ii) $P(A\cap E)=\frac{N(A\cap E)}{N(\Omega)}=\frac{134}{400}$

iii) $\mathrm{P}(\Gamma\cup X)=P(\Gamma)+P(X)-P(\Gamma\cap X)=\frac{154}{400}+\frac{265}{400}-\frac{148}{400}=\frac{266}{400}$

Ισχύει γιατί $P(X)=\frac{N(X)}{N(\Omega)}=\frac{107+145}{400}=\frac{255}{400}\Rightarrow P(\Gamma\cap X)=\frac{148}{400}$

iv) $P(E/\Gamma)=\dfrac{\mathrm{P}(E\cap\Gamma)}{P(\Gamma)}$ από τον ορισμό της δεσμευμένης πιθανότητας.

Αλλά $P(\mathrm{E}\cap\Gamma)=\dfrac{N(\mathrm{E}\cap\Gamma)}{N(\Omega)}=\dfrac{11}{400}$

Άρα $P(E/\Gamma)=\dfrac{\frac{11}{400}}{\frac{159}{400}}=\dfrac{11}{159}$

v) $P(A/X)=\dfrac{P(A\cap X)}{P(X)}=\dfrac{\frac{107}{400}}{\frac{255}{400}}=\dfrac{107}{255}$

γιατί $P(A\cap X)=\dfrac{N(A\cap X)}{N(\Omega)}=\dfrac{107}{400}$

$P(X)=\dfrac{N(X)}{N(\Omega)}=\dfrac{107+148}{400}=\dfrac{255}{400}$

vi) Ελέγχω αν τα ενδεχόμενα Γ και Ε είναι ανεξάρτητα, δηλαδή αν ισχύει η σχέση: $P(\Gamma\cap E)=P(\Gamma)\cdot P(E)$

Γνωρίζω $P(\Gamma\cap E)=\dfrac{\mathrm{N}(\Gamma\cap E)}{N(\Omega)}=\dfrac{11}{400}$

$P(\Gamma)=\dfrac{159}{400}$

$P(E)=\dfrac{134+11}{400}=\dfrac{145}{400}$

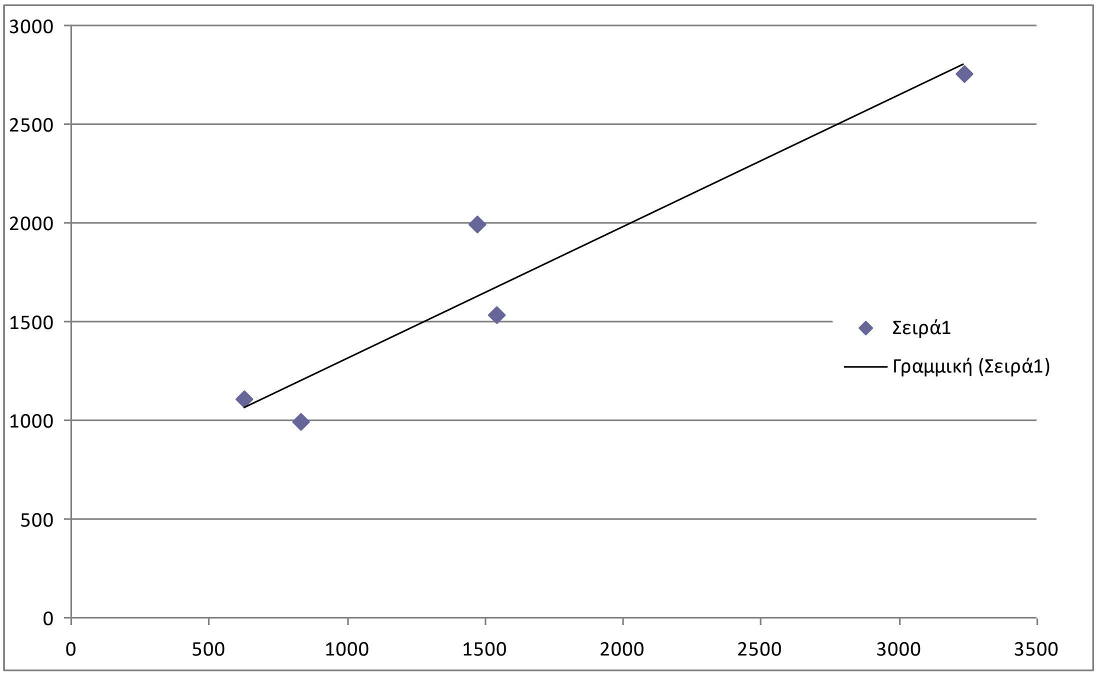
Όμως $\dfrac{11}{400}\neq\dfrac{159}{400}\cdot\dfrac{145}{400}$

Άρα τα γεγονότα δεν είναι ανεξάρτητα.

**Παραδειγμα οικονομετριας**

| Νοικοκυρια | Εισιδήματα X | Κατανάλωση Y |
|---|---|---|
| 1 | 630 | 1107 |
| 2 | 1540 | 1536 |
| 3 | 3238 | 2752 |
| 4 | 831 | 990 |
| 5 | 1470 | 1989 |

α)




Από το διάγραμμα συσχέτισης φαίνεται να υπάρχει μία σχετική γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στο μεταβλητό $X_i\left(\varepsilon\iota\sigma\acute{o}\delta\eta\mu\alpha\right)\, \kappa\alpha\iota\, Y_i\left(\kappa\alpha\tau\alpha\nu\acute{\alpha}\lambda\omega\sigma\eta\right)$

β)

| $X_I$ | $Y_I$ | $X_I$ -Χμέσο | $Y_I$ -Υμέσο | $(X_I$ -Χμέσο$)^2$ | $(Y_I$ -Υμέσο$)^2$ | $(X_I$ -Χμέσο$)(Y_I$ -Υμέσο$)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 630 | 1107 | -911,80 | -567,80 | 831379,24 | 322396,84 | 517720,04 |
| 1540 | 1536 | -1,80 | -138,80 | 3,24 | 19265,44 | 249,84 |
| 3238 | 2752 | 1696,20 | 1077,20 | 2877094,44 | 1160359,84 | 1827146,64 |
| 831 | 990 | -710,80 | -684,80 | 505236,64 | 468951,04 | 486755,84 |
| 1470 | 1989 | -71,80 | 314,20 | 5155,24 | 98721,64 | -22559,56 |
| **7709** | **8374** | **0,00** | **0,00** | **4218868,80** | **2069694,80** | **2809312,80** |

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma\left[\left(\mathrm{Y}_i - \overline{Y}\right)\left(X_i - \overline{X}\right)\right]}{\Sigma\left(X_i - \overline{X}\right)^2} = \frac{2809312,8}{4218868,8} = 0,6659$$

$$a_0 = \overline{Y} - a, \overline{X} \Rightarrow a_0 = 1674,8 - 0,6659 - 1541,8 \Rightarrow a_0 = 648,11$$

**Ερμηνεία του $a_1$(συντελεστή Χ)**

Όταν το εισόδημα αυξηθεί κατά μία μονάδα (1 ευρώ) τότε η κατανάλωση αναμένεται να αυξηθεί κατά 0,66 ευρώ.

**Ερμηνεία του $a_0$ (σταθερού όρου)**

Όταν το εισόδημα θεωρητικά μηδενιστεί τότε η κατανάλωση αναμένεται να είναι 648,11 ευρώ.

γ)

Μείωση του μέσου διαθέσιμου εισοδήματος κατά 10% σημαίνει ότι γίνεται $\overline{X} \cdot 0,90 = 1387,62$

Άρα η μέση κατανάλωση αναμένεται να γίνει

$$E\left(Y\right) = 648,11 + 0,6659 \cdot 1387,62 \Rightarrow E\left(Y\right) = 1572,12$$

δ) Συντελεστής συσχέτισης

$$r = \frac{\Sigma\left[Y_i - \overline{Y}\right)\left(X_i - \overline{X}\right)}{\sqrt{\Sigma\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \Sigma\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}} \Rightarrow r = \frac{2809312,80}{\sqrt{4218868,80 \cdot 2069694,80}} \Rightarrow$$

$$r = \frac{280931480}{2954956,921} = 0,9507$$

Η γραμμική συσχέτιση είναι θετική ισχυρή.

ε) $R^2 = r^2 = 0,9507^2 = 0,9038$ ,δηλαδή το 90,38% της μεταβλητότητας της κατανάλωσης ερμηνεύεται από το γραμμικό πρότυπο σε σχέση με το διαθέσιμο εισόδημα