ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ –ΣΗΜΕΙΟ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ -ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

. Η συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$0{,}5P + 0{,}5Q^2 - 8Q - 18 = 0 \Rightarrow$$
$$P + Q^2 - 16Q - 36 = 0 \Rightarrow$$
$$(P_s) \rightarrow P_s = -Q^2 + 16Q + 36$$

Επειδή P_s μη αρνητική $\Rightarrow P_d \geq 0 \Rightarrow -Q^2 + 16Q + 36 \geq 0$

$a = -1,\ b = 16,\ c = 36$

$\Delta = 16^2 - 4(-1) - 36 = 256 + 144 = 400$

$$Q_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{400}}{-2} = \frac{-16 \pm 20}{-2} \quad \begin{array}{l} \nearrow \ Q_1 = 18 \\ \searrow \ Q_2 = -2 \end{array}$$

Επειδή P_s ετερόσημο του $a = -1$ η λύση είναι στο διάστημα εντός των ριζών

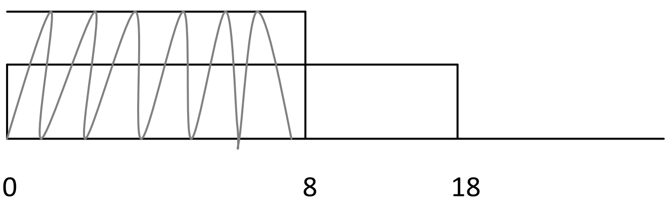
Δηλαδή $0 < Q \leq 18 \quad \underset{\pi \acute{\alpha} \nu \tau \alpha}{(Q > 0)}$

Επειδή P_s γνησίως αύξουσα $\Rightarrow P_s' > 0 \Rightarrow$

$\left(-Q^2 + 16Q + 36\right)' > 0 \Rightarrow$

$-2Q + 16 > 0 \Rightarrow Q < 8$

Άρα το πεδίο ορισμού της προσφοράς είναι



$0 < Q < 8$ (1)

Η συνάρτηση ζήτησης είναι:

$$-3Q^2 - 15Q + 360 - 3P = 0 \Rightarrow$$
$$-Q^2 - 5Q + 120 - P = 0 \Rightarrow$$
$$P_d = -Q^2 - 5Q + 120$$

Επειδή P_d μη αρνητική $\Rightarrow P_d \geq 0 \Rightarrow -Q^2 - 5Q + 120 \geq 0$

Επειδή P_d ετερόσημο του $\alpha = -1$ η λύση είναι στο διάστημα εντός των ριζών

Δηλαδή $0 < Q \leq 8,74$

Επειδή P_d γνησίως φθίνουσα $\Rightarrow P_d' < 0 \Rightarrow -2Q - 5 < 0$ που ισχύει για κάθε $Q > 0$

Άρα το πεδίο ορισμού της ζήτησης είναι $0 < Q < 8,74$ (2)

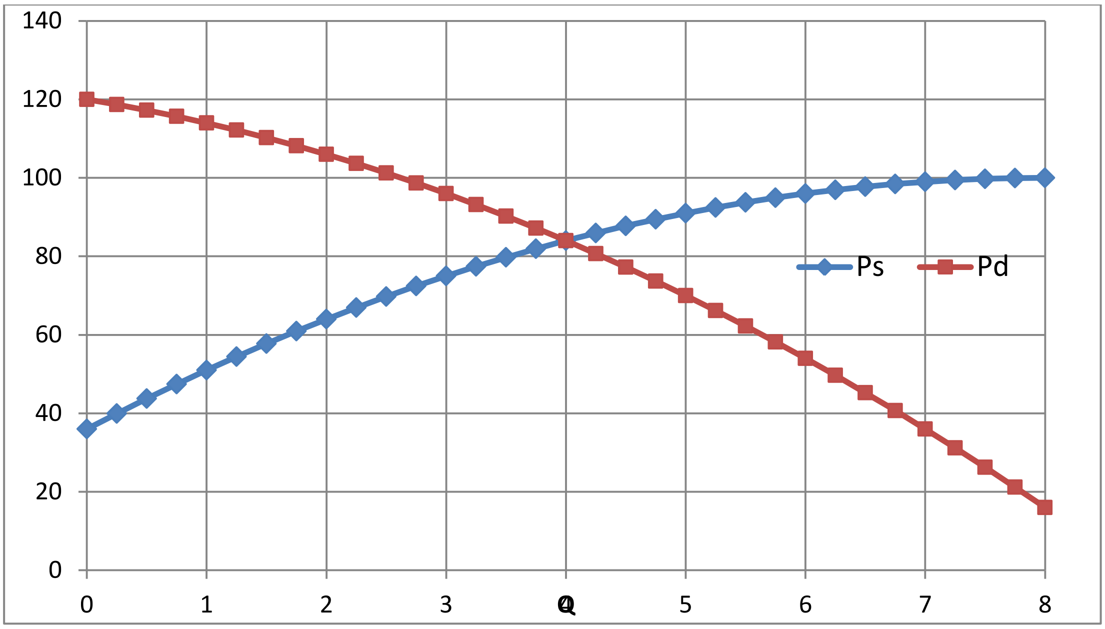
Από (1) και (2) προκύπτει ότι το κοινό πεδίο ορισμού για τη συνάρτηση προσφοράς και ζήτησης είναι:

$0 < Q < 8$

Σημείο ισορροπίας όταν $P_d = P_s \Rightarrow$

$$-Q^2 - 5Q + 120 = -Q^2 + 16Q + 36 \Rightarrow$$
$$-5Q + 120 = 16Q + 36 \Rightarrow$$
$$-21Q = 36 - 120 \Rightarrow$$
$$-21Q = -84$$
$$Q = \frac{84}{21} = 4 \; \textit{ποσότητα ισορροπίας}$$

με $P = -4^2 - 5 \cdot 4 + 120 = -16 - 20 + 120 = -36 + 120 = 84 \in$ *τιμή ισορροπίας*



Η ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή δίνεται από τον τύπο

$$\varepsilon_s = Q_s^{'}(P)\cdot\frac{P}{Q}. \text{ Αλλά } Q_s^{'}(P)=\frac{1}{P_s^{'}(Q)}$$

Επομένως $\varepsilon_s = \frac{1}{P_s^{'}(Q)}\cdot\frac{P}{Q} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{1}{-2Q+16}\cdot\frac{P}{Q} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{1}{-2\cdot 4+16}\cdot\frac{84}{4}=\frac{84}{32}=2,62$

Δηλαδή εάν η τιμή του προϊόντος αυξηθεί κατά 1% τότε αναμένεται αύξηση της προσφερόμενης ποσότητας κατά 2,62%

Η ελαστικότητα ζήτησης δίνεται από τον τύπο

$$\varepsilon_d = Q_d^{'}(P)\cdot\frac{P}{Q} \text{ αλλά } Q_d^{'}(P)=\frac{1}{P_d^{'}(Q)}$$

Επομένως

$$\varepsilon_d = \frac{1}{P_d^{'}(Q)}\cdot\frac{P}{Q} \Rightarrow \varepsilon_d = \frac{1}{-2Q-5}\cdot\frac{P}{Q} \Rightarrow$$

$$\varepsilon_d = \frac{1}{-2Q-5}\cdot\frac{84}{4} = -\frac{1}{13}\cdot\frac{84}{4} = -\frac{84}{52} = -1,61$$

Δηλαδή εάν η τιμή του προϊόντος αυξηθεί κατά 1% αναμένεται μείωση της ζητούμενης ποσότητας κατά 1,61%

ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ-ΕΣΟΔΩΝ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

$$P = 250 - 2{,}5Q$$

Τα συνολικά έσοδα είναι

$$TR = P \cdot Q \Rightarrow TR = (250 - 2{,}5Q) \Rightarrow$$
$$TR = 250Q - 2{,}5Q^2$$

Τα μέσα έσοδα (έσοδο ανά μονάδα προϊόντος) ισούται με την τιμή μονάδας προϊόντος. Άρα $AR = P = 250 - 2,5Q$

Τα οριακά έσοδα

$MR = (TR)' \Rightarrow$
$MR = 250 - 5Q$

$TR' = (250Q - 2,5Q^2)' = 250 - 5Q$

Πρέπει

$250 - 5Q = 0 \Rightarrow 5Q = 250 \Rightarrow Q = 50$ ακρότατο και $TR''(250-5Q)' = -5 < 0$ άρα η συνάρτηση στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω επομένως για $Q_0 = 50$ τα έσοδα μεγιστοποιούνται,και το μέγιστο έσοδο είναι $TR = 250 \cdot 50 - 2,5 \cdot 50^2 = 6250$

$$TC = 3Q^2 - 14Q + 40$$

Η συνάρτηση κέρδους $\Pi = TR - TC$

$$\Pi = 250Q - 2{,}5Q^2 - (3Q^2 - 14Q + 40)$$
$$\Rightarrow \Pi = 250Q - 2{,}5Q^2 - 3Q^2 + 14Q - 40$$
$$\Rightarrow \Pi = -5{,}5Q^2 + 264Q - 40$$

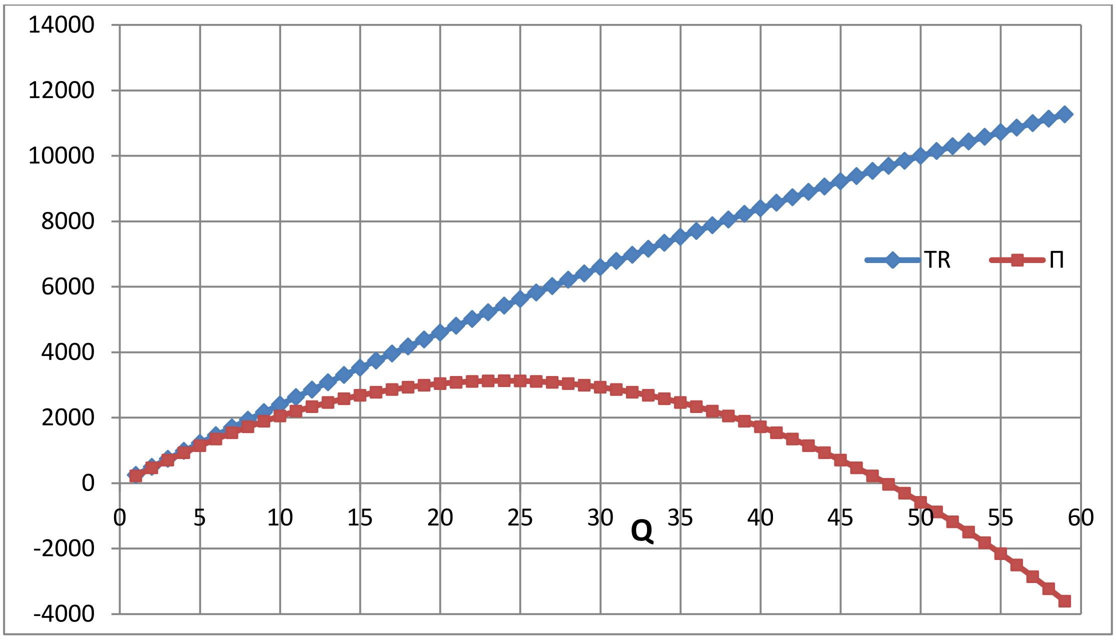
$\Pi'(Q) = 11Q + 264 = 0 \Rightarrow 11Q = 264 \Rightarrow Q = 24$

$$\Pi''(Q) = -11 < 0$$

άρα η συνάρτηση του κέρδους στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω επομένως παρουσιάζει μέγιστο για Q=24 .Το μέγιστο κέρδος είναι

$$\Pi(24) = -5{,}5 \cdot 24^2 + 264 \cdot 24 - 40 = 3128$$

ΣΤ)



ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ-ΟΡΙΑΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Το κόστος:

$$TC = VC + FC \Rightarrow$$
$$TC = \frac{1}{3}Q^3 - 8Q^2 + 275Q + 700$$

Το μέσο κόστος:

$$AC = \frac{TC}{Q}$$

$$AC = \frac{\left(\frac{1}{3}Q^3 - 8Q^2 + 275Q + 700\right)}{Q}$$

$$AC = \frac{1}{3}Q^2 - 8Q + 275 + \frac{700}{Q}$$

Το μέσο μεταβλητό κόστος

$$AVC = \frac{VC}{Q} \Rightarrow$$

$$AVC = \frac{\frac{1}{3}Q^3 - 8Q^2 + 275Q}{Q} \Rightarrow$$

$$AVC = \frac{1}{3}Q^2 - 8Q + 275$$

Το μέσο σταθερό κόστος

$$AFC = \frac{FC}{Q} \Rightarrow AFC = \frac{700}{Q}$$

Το οριακό κόστος MC

$$MC = TC' \Rightarrow$$

$$MC = Q^2 - 16Q + 275$$

$$MC' = 2Q - 16 = 0 \Rightarrow Q = 8$$

Επίσης $MC'' = 2 > 0$ άρα για $Q = 8$ το οριακό κόστος ελαχιστοποιείται με MC (ελάχιστο)$= 8^2 - 16 \cdot 8 + 275 = 211$

$$AVC' = \frac{2}{3}Q - 8 = 0 \Rightarrow 2Q = 24 \Rightarrow Q = 12$$

Επίσης

$AVC'' = \frac{2}{3} > 0$ άρα για $Q = 12$ το μέσο μεταβλητό κόστος ελαχιστοποιείται με AVC

(ελάχιστο) $= \frac{1}{3} \cdot 12^2 - 8 \cdot 12 + 27 = 227$

$\left(AFC\right)' = -\frac{700}{Q^2} < 0$ άρα το μέσο σταθερό κόστος είναι γνησίως φθίνουσα

συνάρτηση και δεν ορίζεται για $u = 0$. Άρα δεν έχει ελάχιστο.